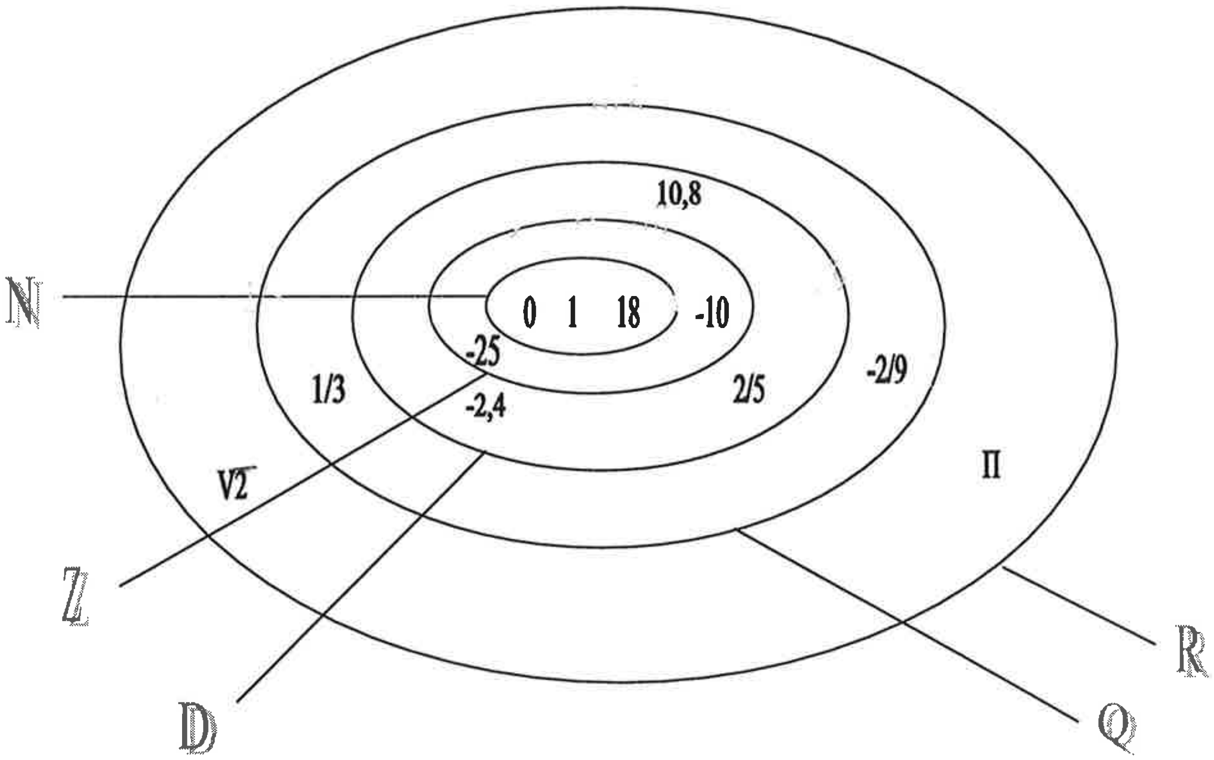
Cours n°1

Les ensembles de nombres.
Développement.
Les équations .
Puissances. Racines carrées .

I Les ensembles de nombres

Tous les nombres appartiennent à l'ensemble R.
Dans cet ensemble, il y en a de plus petits que l'on va visualiser sur ce schéma :



N : Ensemble des entiers naturels : Tous les nombres entiers (pas de virgules) et positifs.

Z : Ensemble des entiers relatifs : Tous les nombres entiers positifs ou négatifs.

D : Ensemble des décimaux : Tous les nombres entiers ou à virgule, positifs ou négatifs, mais uniquement s'ils ont un nombre entier de chiffres derrière la virgule.
Ex : 2/5 = 0,4.

Q : Ensemble des rationnels : Tous les nombres entiers ou non, positifs ou négatifs, et qui n'ont pas obligatoirement un nombre fini de chiffres derrière la virgule. Par contre, ils doivent pouvoir s'écrire comme le quotient de deux nombres entiers.
Ex : 1/3 = 0,33333....

R : Ensemble des réels : Ensemble des nombres entiers ou non, positifs ou négatifs, qui peuvent avoir un nombre fini ou infini de chiffres derrière la virgule et qui peuvent ou non s'écrire comme le quotient de deux nombres entiers.
Ex : Π. (Pi = 3.141592.)

Remarque : $N \subset Z \subset D \subset Q \subset R$

Cours n°1 (suite)

Remarque : Parmi les nombres entiers, il existe des nombres appelés nombres premiers.
Les nombres premiers sont des nombres qui ne se divisent que par 1 et par eux-mêmes.
Ex : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23....
On peut décomposer tous les nombres entiers en produit de nombres entiers.

98	2
49	7
7	7
1	

$98 = 2 \times 7 \times 7 = 2 \times 7^2$

Rem : Pour la décomposition, on commence toujours par le plus petit : 2, puis, si ce n'est pas possible, on essaie 3, puis 5 .....

II Développement et factorisation

Soit 3 nombres réels : a, b et c.

Factorisation ←

$\boxed{a(b + c) = a \times b + a \times c}$

→ Développement

1) Développement

On distribue le terme qui est en facteur.

Ex : $4x\,(2 + x) = 4x \times 2 + 4x \times x$ Rem. : La multiplication (comme la division) est prioritaire sur l'addition (ou la soustraction)

Ex : $(3x - 1)\,(2x + 4) = 3x \times 2x + 3x \times 4 + (-1) \times 2x + (-1) \times 4 = 6x^2 + 12x - 2x - 4 = 6x^2 + 10x - 4$

Identités remarquables : Soient a et b deux nombres réels.
$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

2) Factorisation

On regarde s'il y a un facteur commun aux différents termes ou si l'expression est une identité remarquable.

Ex : $2x^2 + 16x = 2x \times x + 2x \times 8$ On remarque que $2x$ est un facteur commun.
$= 2x\,(x + 8)$ On met $2x$ en facteur.

Ex : $x^2 - 9$ Troisième identité remarquable.
$= x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$

Factoriser une expression mathématique, c'est l'écrire sous forme de facteurs.

III Puissances et racines carrées

1) Puissances

Soit $a \in \mathbb{R}$, $a^n = \underbrace{a \times a \times a \ldots \times a}_{n \text{ fois}}$

Ex : $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$\boxed{\text{Soit } a \in R,\ a^{-n} = 1/a^n}$

Ex : $3^{-4} = 1 / 3^4 = 1 / 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 1 / 81$

Théorèmes : Soit a et b appartenant à R

$\boxed{a^n \times a^m = a^{n+m}}$ $\boxed{(a^n)^p = a^{n \times p}}$

$\boxed{(a \times b)^n = a^n \times b^n}$

$\boxed{(a / b)^n = a^n / b^n}$

Ex : $3^2 \times 3^4 = 3^6$ Ex : $(3^2)^3 = 3^{2\times 3}$

Ex : $(3 \times 2)^4 = 3^4 \times 2^4$

Ex : $(3 / 4)^2 = 3^2 / 4^2$

2) Les racines carrées

$\sqrt{a}$ est un nombre dont le carré est égal à a.

Ex : $\sqrt{9} = 3$ car $3^2 = 9$

Théorèmes : Soit a un réel positif.

$\sqrt{a^2} = a$

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec $b \neq 0$ car b est au dénominateur.

Remarque : toute expression qui est « à l'intérieur » d'une racine doit être positive.

$\sqrt{4^2} = 4$ $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25}\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ $\sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5}$

IV Résoudre une équation

1) Equation du type $ax + b = c$

Ex : $3x + 1 = 5$

Il faut isoler le x d'un côté de l'égalité.

$3x + 1 - 1 = 5 - 1$

On peut ajouter ou retrancher le même nombre à droite et à gauche.

$3x = 4$

$3x / 3 = 4 / 3$ On peut multiplier ou diviser à droite et à gauche de l'égalité par le même nombre.

$x = 4 / 3$ solution de l'équation.

2) Equation du type $x^2 = a$

$x^2 = a \Leftrightarrow x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$ si $a > 0$

3) Equation du type $(ax + b)(a'x + b') = 0$

$(ax + b)(a'x + b') = 0$ signifie que l'un ou l'autre des facteurs est égal à 0.

$ax + b = 0$ ou $a'x + b' = 0$